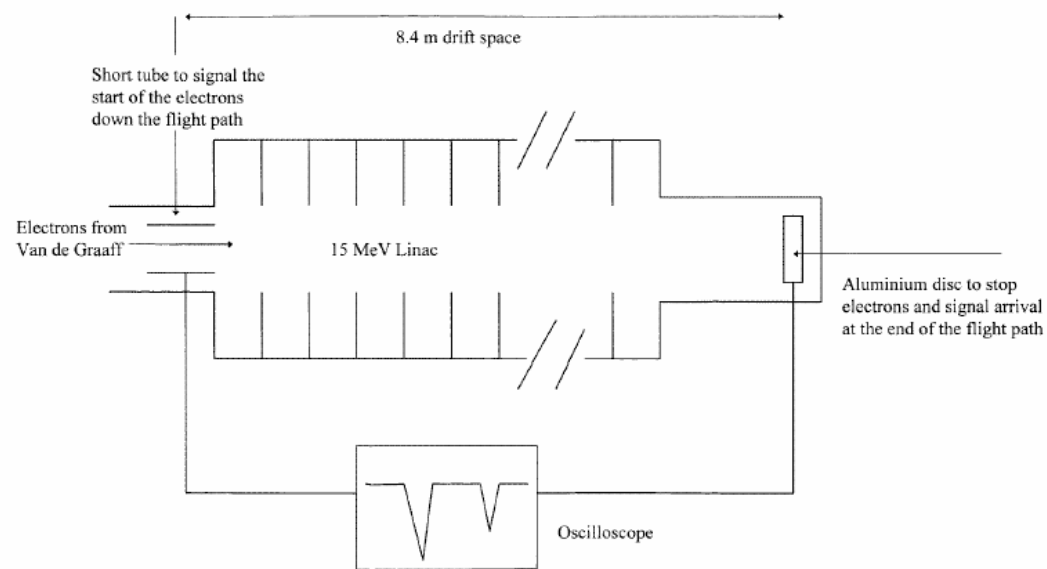




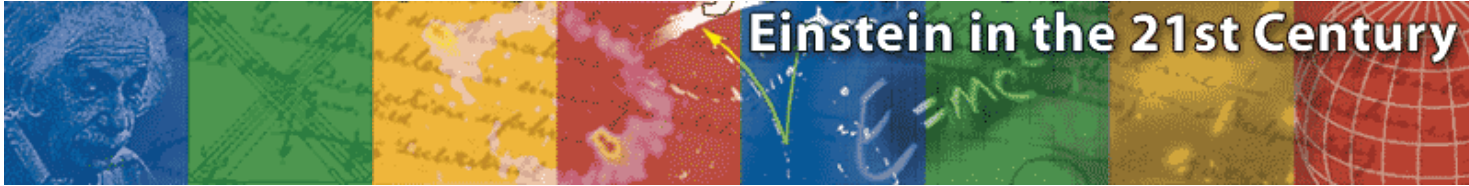
- **La massima velocità raggiungibile**
- **$E=mc^2$**
- **Il principio di relatività e i problemi della meccanica classica)**
- **La relatività ristretta di Einstein**
- **Energia e quantità di moto relativistiche**
- **Applicazioni al mondo delle particelle elementari**



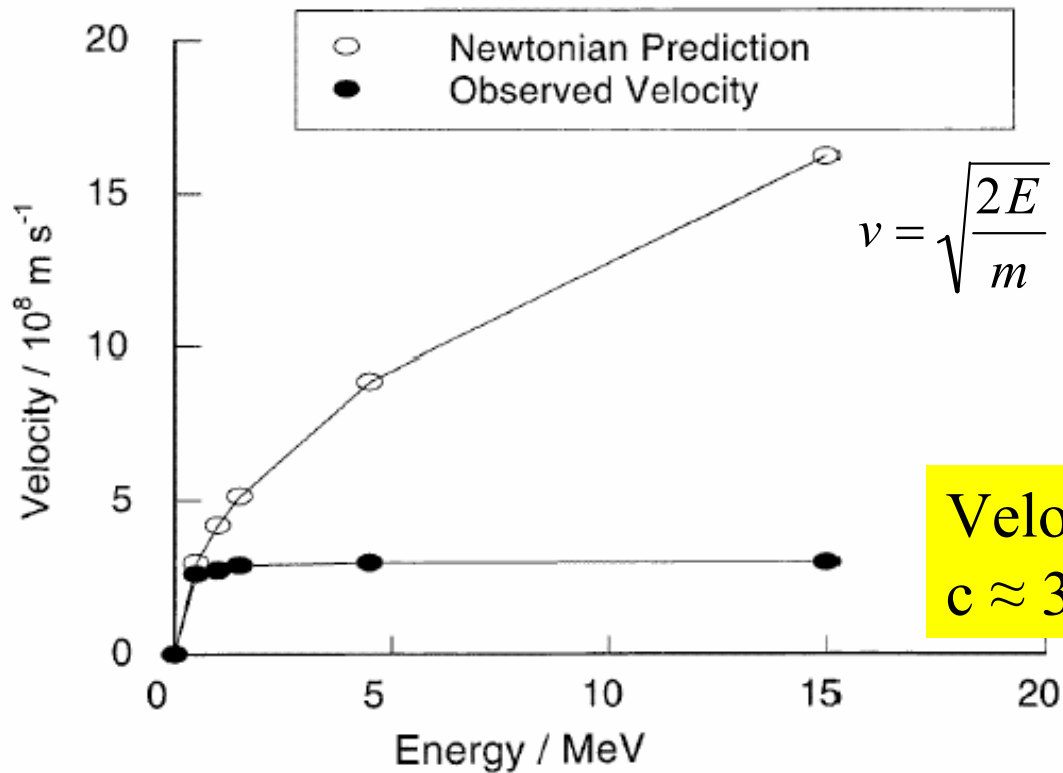
## Il cannone elettronico



$$\text{Velocità} = \text{distanza} / \text{tempo}$$



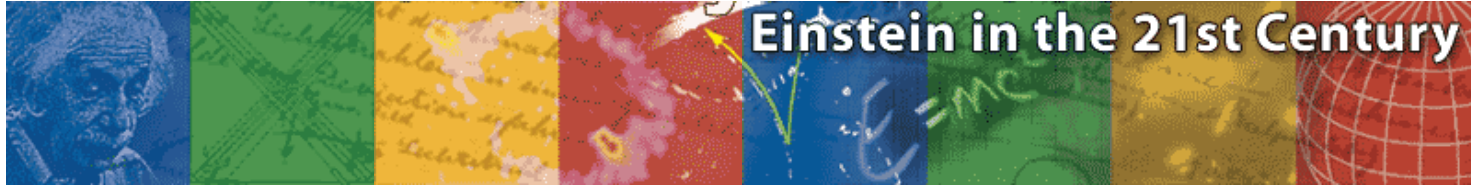
## Observed and Predicted Velocities



Vale solo per piccole  $v$

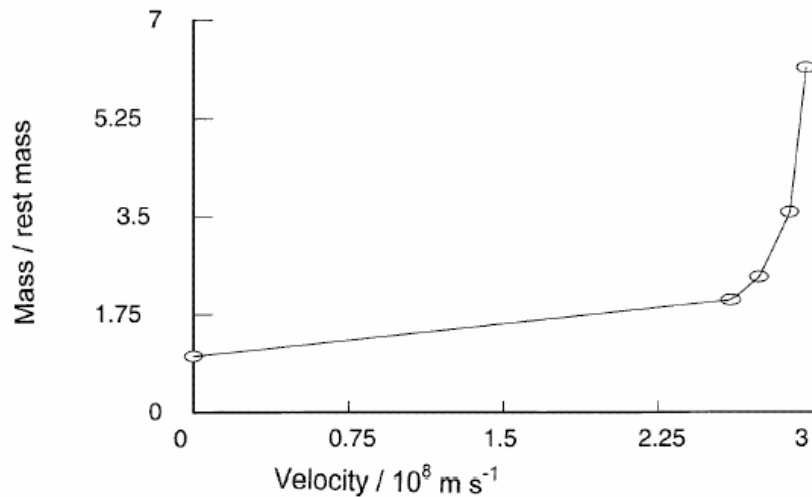
Velocità limite =  $c$  !!  
 $c \approx 3 \bullet 10^8$  m/s

Ma allora è tutta fatica sprecata?  
No, quello che conta è la ...



# Quantità di moto

$$P = m v$$



La massa aumenta con la velocità!



Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

*Massimo Pietroni*



## La scatola di Einstein

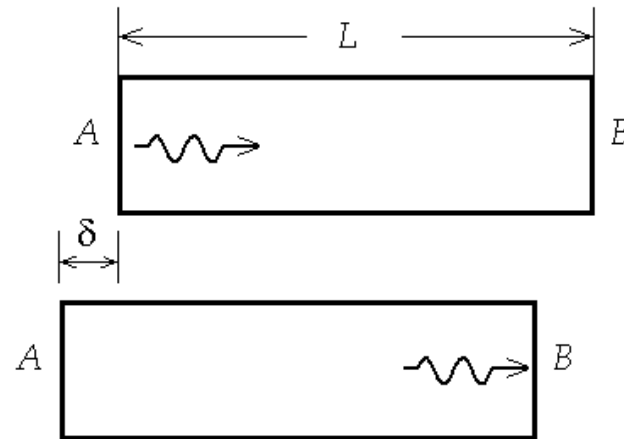


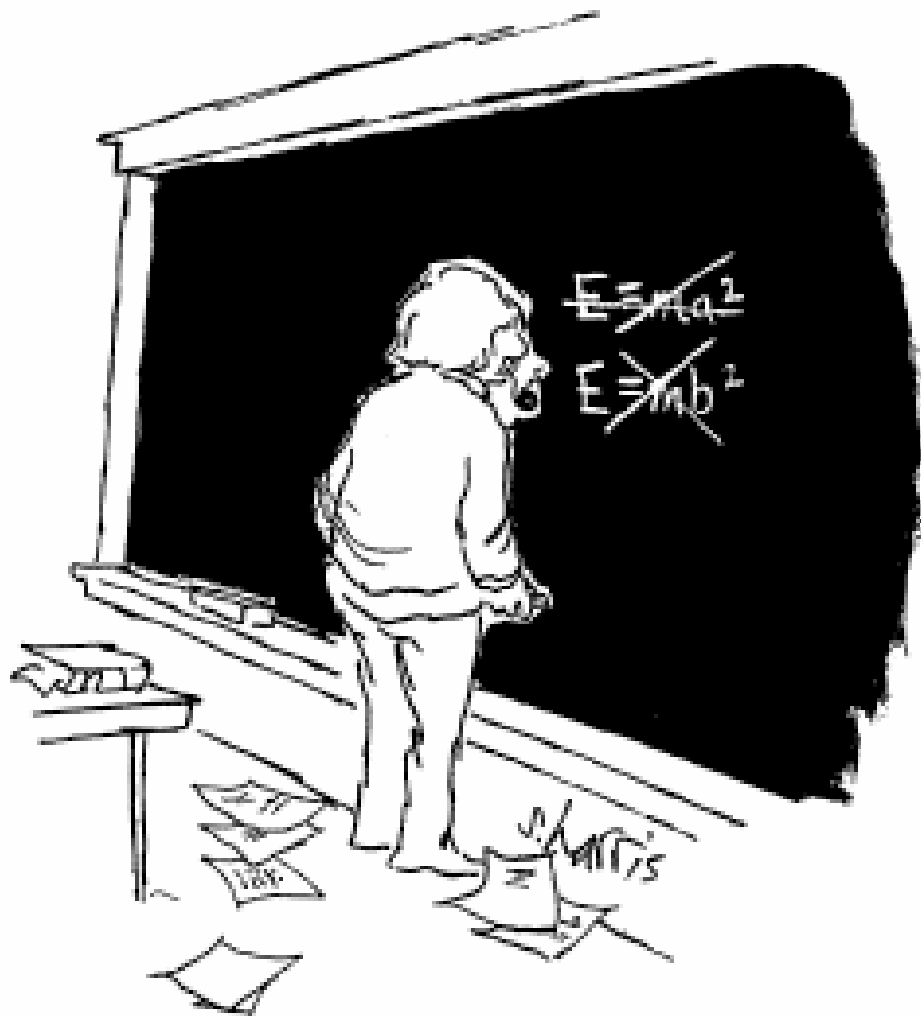
Fig. 1

Luce:  $p = E/c$   
 Massa?

Quantità di moto:  $p - P = E/c - M v = E/c - M \delta / t = 0$

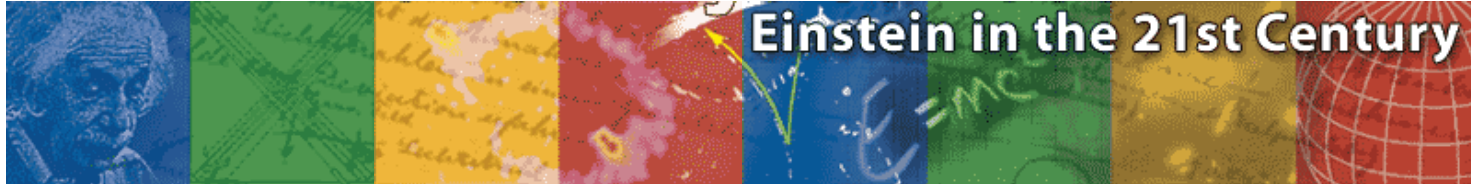
Il baricentro rimane fermo:  $M \delta - m L = 0$

$$m = E / c^2, \quad E = m c^2$$



Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

*Massimo Pietroni*



## Equivalenze tra massa ed energia



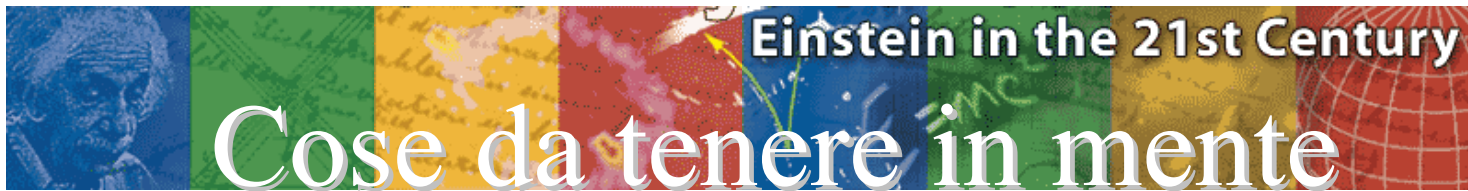
$$\Delta M = 4M_p - M_{\text{he}} - 2M_e - 2M_\nu = 4.7227 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

$$E = \Delta M c^2 \quad \text{il sole perde 4.5 milioni tonnellate/ sec}$$

QuickTime™ and a  
TIFF (LZW) decompressor  
are needed to see this picture.



Consumo di una città da un milione  
di abitanti: 1 g/ giorno



- 1) Esiste una velocità limite = velocità della luce =  $c$
- 2) La massa aumenta con la velocità
- 3) Energia e massa sono la stessa cosa





## Un esperimento di relatività:

“Rinserratevi con qualche amico nella maggior stanza che sia **sotto coverta di un gran navilio**, e quivi fate d’aver **mosche, farfalle e simili animaletti volanti**; siavi anco un gran vaso d’acqua, e dentrovi de’ **pescetti**; sospendasi anco in alto qualche **secchiello**, che a goccia a goccia vadia versando dell’acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto in basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come **quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza**; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, **gettando all’amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovete gettare verso quella parte che verso questa**, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazi passerete verso tutte le parti.

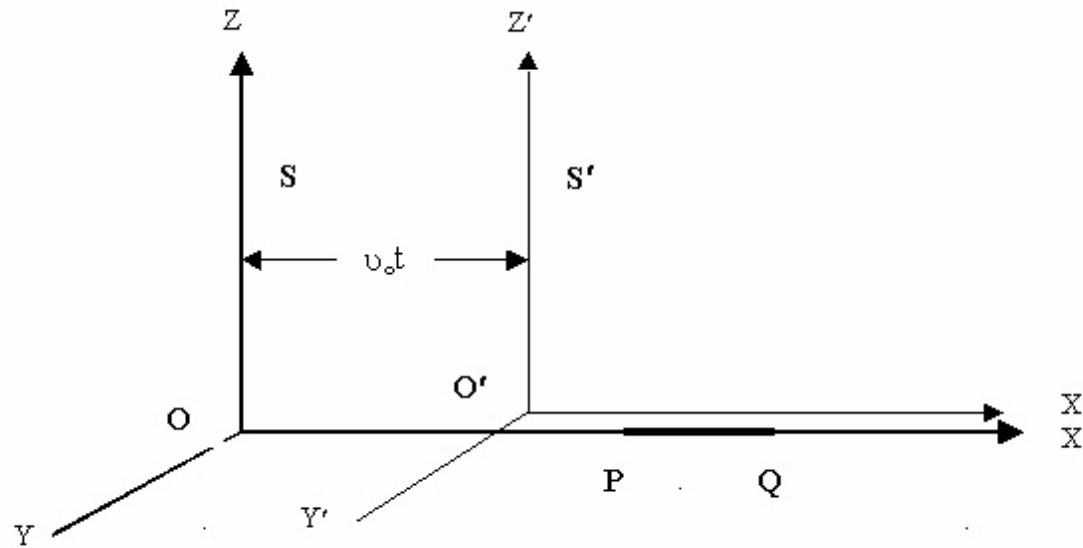
**Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose**, benchè niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, **fate muover la nave con quanta si voglia velocità**; che (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né **da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina o pure stia ferma**”

Galileo Galilei, 1632

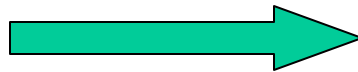
**La velocità assoluta non esiste!**



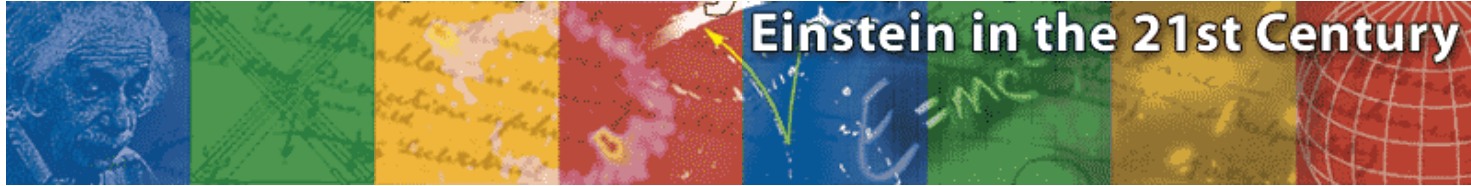
## Trasformazioni di Galileo



$$\begin{aligned}x' &= x - v_0 t \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}V_x' &= V_x - v_0 \\V_y' &= V_y \\V_z' &= V_z\end{aligned}$$



## Relatività + Trasformazioni di Galileo

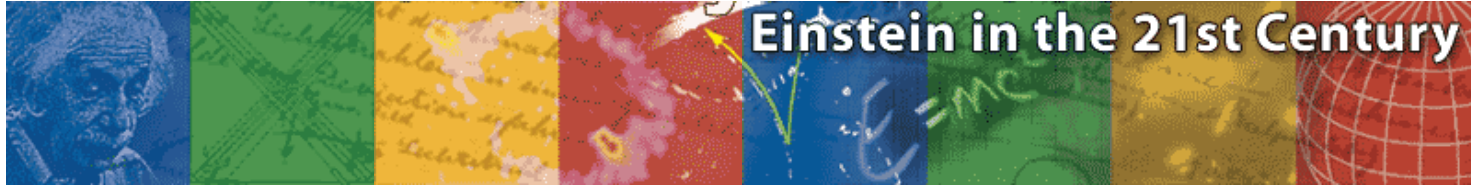
OK per Newton e per tutta la meccanica classica:

$$F = M a = M a' = F'$$

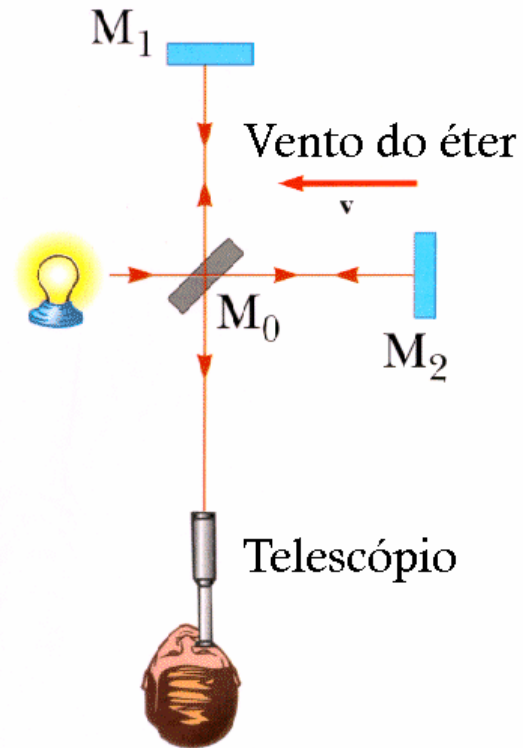
Entrano in crisi con l'elettromagnetismo  
(J.C. Maxwell, 1868):

$$V_{em} = c$$

**IN CHE SISTEMA DI RIFERIMENTO?!?**



## ETERE LUMINIFERO ?



**Michelson - Morley (1887): non c'è nessun `vento do eter' !**



# Einstein in the 21st Century

## La relatività di Einstein



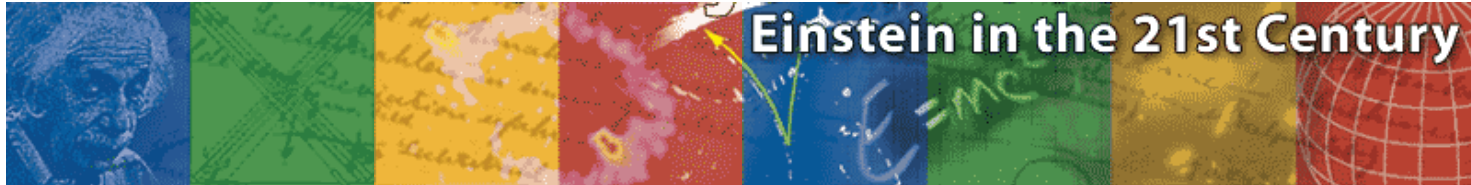
... e Lorentz, Poincaré...



Due postulati:

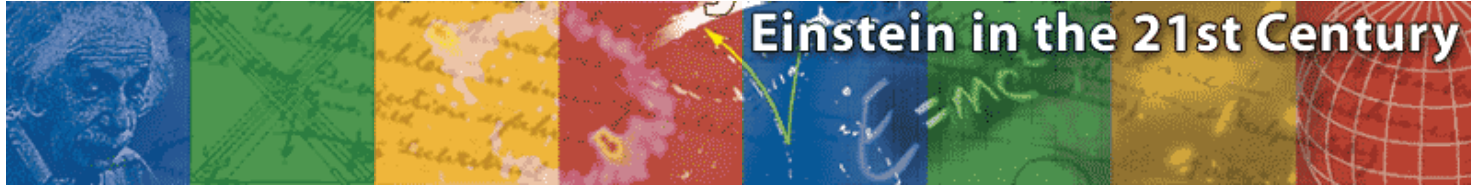
- 1) Principio di relatività vale non solo per la meccanica, ma anche per l'elettrodinamica;
- 2) La velocità della luce nel vuoto,  $c$ , non dipende dal moto della sorgente

... le trasformazioni di Galileo vanno riviste ... conseguenze `paradossali`



## Un orologio a luce:

QuickTime™ and a  
Animation decompressor  
are needed to see this picture.



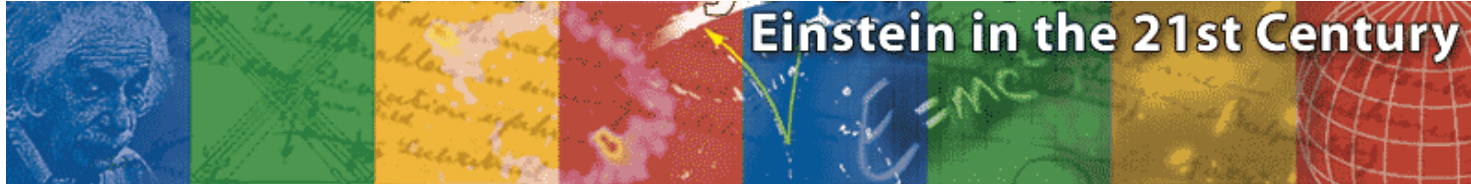
## Dilatazione dei tempi

$$c t = (v^2 t^2 + L^2)^{1/2}$$

QuickTime™ and a  
Animation decompressor  
are needed to see this picture.

$$c t_0 = L$$

$t = t_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$       L'orologio in moto va più lentamente



## Dilatazione dei tempi: il caso dei muoni atmosferici

- Muoni prodotti nell'alta atmosfera ( $h \sim 10$  Km)
- decadono con vita media  $\tau_0 = 2.2 \cdot 10^{-6}$  sec
- $c \tau_0 = 660$  m  $\ll$  h
- ma  $c \tau = c \tau_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$  può essere  $\gg$  h!

I muoni raggiungono il mare grazie alla dilatazione relativistica dei tempi!





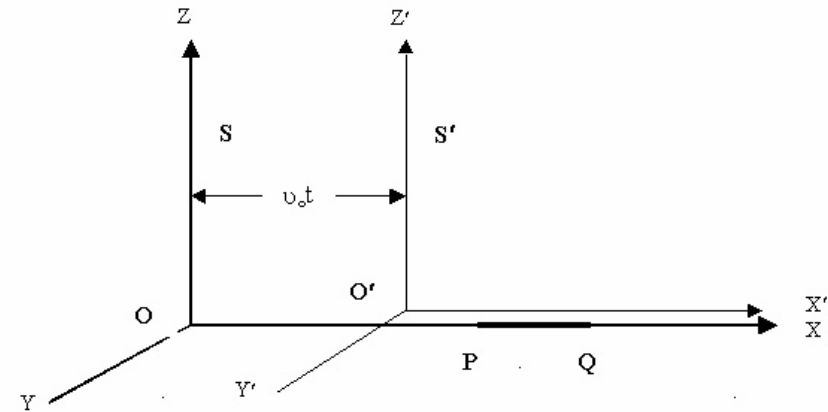
# Le trasformazioni di Lorentz

$$x' = \gamma (x - v t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

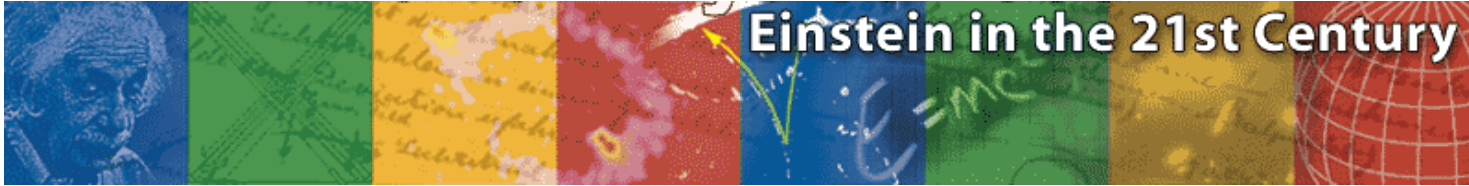
$$t' = \gamma (t - x v/c^2)$$



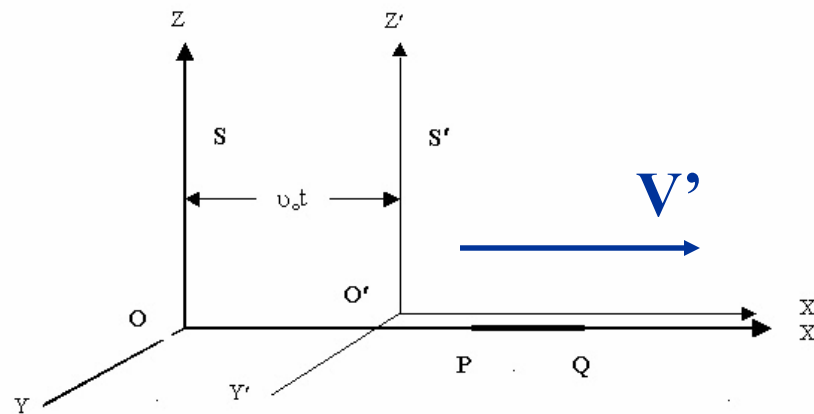
$$\gamma = 1/(1-v^2/c^2)^{1/2}$$

**NB: 1) il tempo entra in gioco!**

**2) se  $v \ll c$ ,  $\gamma \sim 1$ : Lorentz  $\sim$  Galileo**



## Come si sommano le velocità

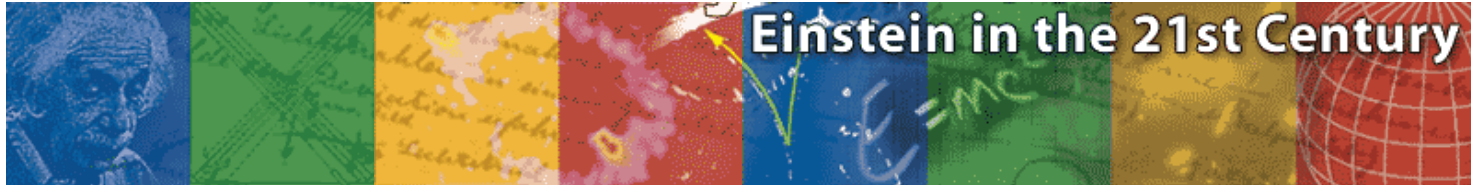


$$V = (V' + v_0) / (1 + V' v_0 / c^2)$$

NB: 1) Se  $V', v_0 \ll c$ ,  $V \sim V' + v_0$  (come Galileo)

2)  $c$  è la velocità limite! Es: se  $V' = v_0 = c \cdot 2/3$ ,  $V = c \cdot 12/13$

3)  $c$  è la stessa in ogni riferimento: se  $V' = c$ , anche  $V = c$ !



# Einstein in the 21st Century

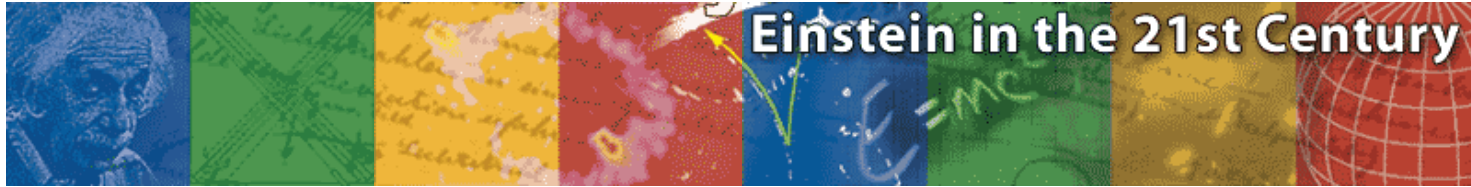


Tutto chiaro fin qui?

Caption  
City

Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

*Massimo Pietroni*



Caption  
City

Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

*Massimo Pietroni*



# Einstein in the 21st Century

## Energia e quantità di moto

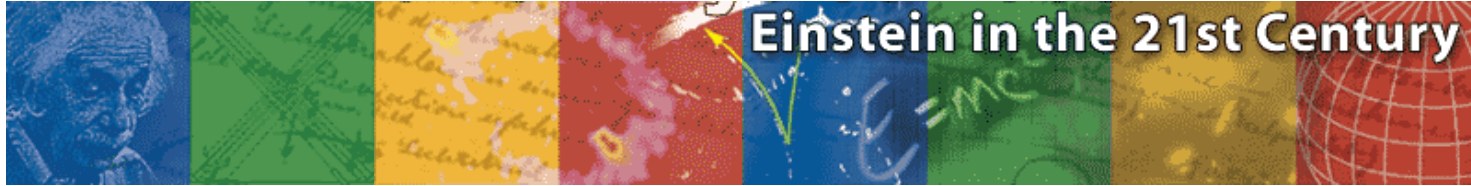


Newton: si conservano

$$M = m_1^0 + m_2^0 + \dots \quad \leftarrow \text{Massa}$$

$$P = m_1^0 v_1 + m_2^0 v_2 + \dots \quad \leftarrow \text{q. di moto}$$

$$T = \frac{1}{2} m_1^0 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2^0 v_2^2 + \dots \quad \leftarrow \text{Energia cinetica}$$



Einstein: si conservano

$$P = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots$$

$$E = m_1 c^2 + m_2 c^2 + \dots$$

QuickTime™ and a  
TIFF (LZW) decompressor  
are needed to see this picture.

dove

$$m = \gamma m^0 = \frac{m^0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$m^0$  è la “massa a riposo” della particella



# Einstein in the 21st Century

## Relazione energia-impulso



Le quantità importanti sono

$$E = m_0 \gamma c^2 = c \sqrt{|p|^2 + m_0^2 c^2}$$

e

$$p = m_0 \gamma v$$

Legate tra loro da

$$|p| = E \frac{v}{c^2}$$

Casi particolari:

- 1)  $v \ll c$ :  $E \sim m_0 c^2 + 1/2 m_0 v^2 + \dots$  Limite non relativistico
- 2)  $m_0 = 0$ :  $v = c$  le particelle a massa zero viaggiano a velocità  $c$ !

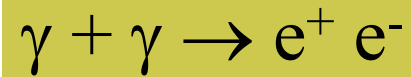


# Einstein in the 21st Century

## Creazione di massa



$$m_\gamma = 0$$



$$m_e^0 = 0.5 \text{ MeV}/c^2$$

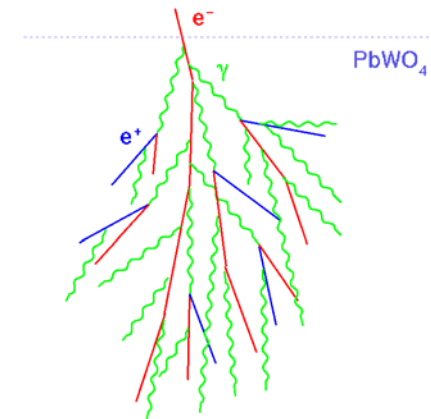
(a riposo)

Nel centro di massa:  $P = 0 = p_{\gamma 1} + p_{\gamma 2} = p_{e^+} + p_{e^-}$

$$E_{\gamma 1} = E_{\gamma 2} \quad E_{e^+} = E_{e^-}$$

$$E_\gamma = E_e = c \sqrt{|p_e|^2 + m_e^0{}^2 c^2} \geq m_e^0 c^2$$

Il processo può avvenire  
se l'energia dei fotoni è  $> m_e^0 c^2$







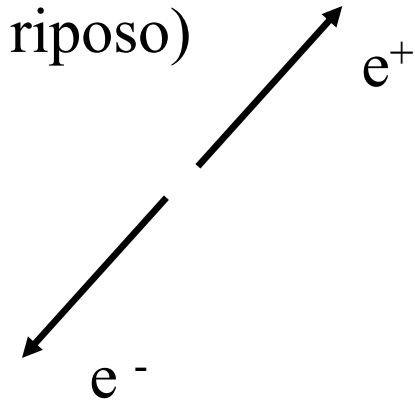
$$Z^0 \rightarrow e^+ e^-$$

$$M_Z = 91 \text{ GeV}/c^2$$

(a riposo)

(nel riferimento della  $Z^0$ ):

$$P_Z = 0 = p_{e^+} + p_{e^-}$$



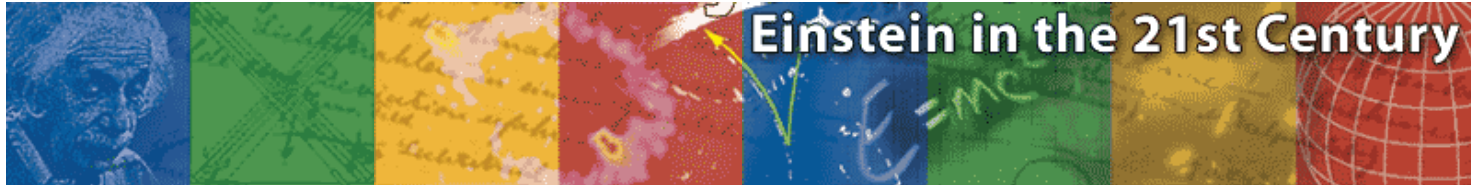
$$E_Z = M_Z c^2 = \sqrt{|p_{e^+}|^2 c^2 + m_e^2 c^4} + \sqrt{|p_{e^-}|^2 c^2 + m_e^2 c^4} = 2\sqrt{|p_e|^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

I due elettroni vengono

Emessi in direzioni opposte

con q. di moto:

$$|p_e| = \frac{c}{2} \sqrt{M_Z^2 - 4m_e^2} \approx \frac{M_Z}{2} c \approx 45.5 \text{ GeV}/c$$



Adesso tocca  
a voi!  
Buon divertimento

