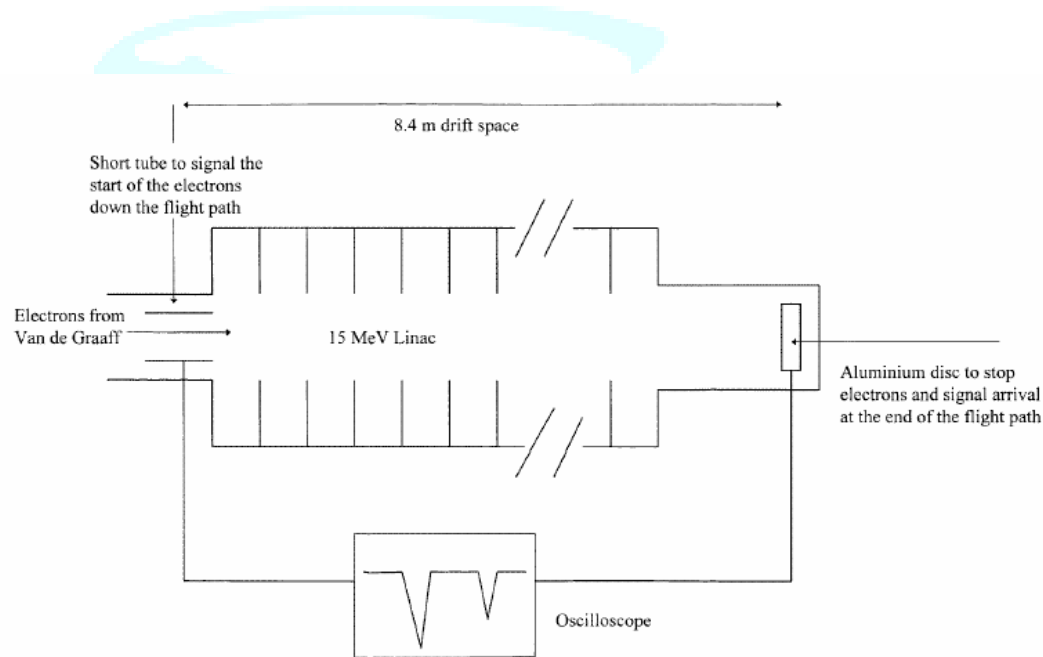




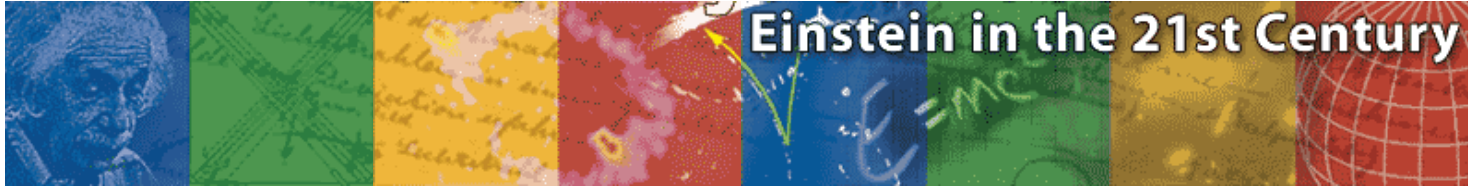
- **Riscaldamento motori: (un esperimento reale, uno mentale)**
- **Ricognizione della pista: (il principio di relatività e i problemi della meccanica classica)**
- **Gara: (la relatività di Einstein)**
- **Traguardo: (energia e quantità di moto relativistiche)**



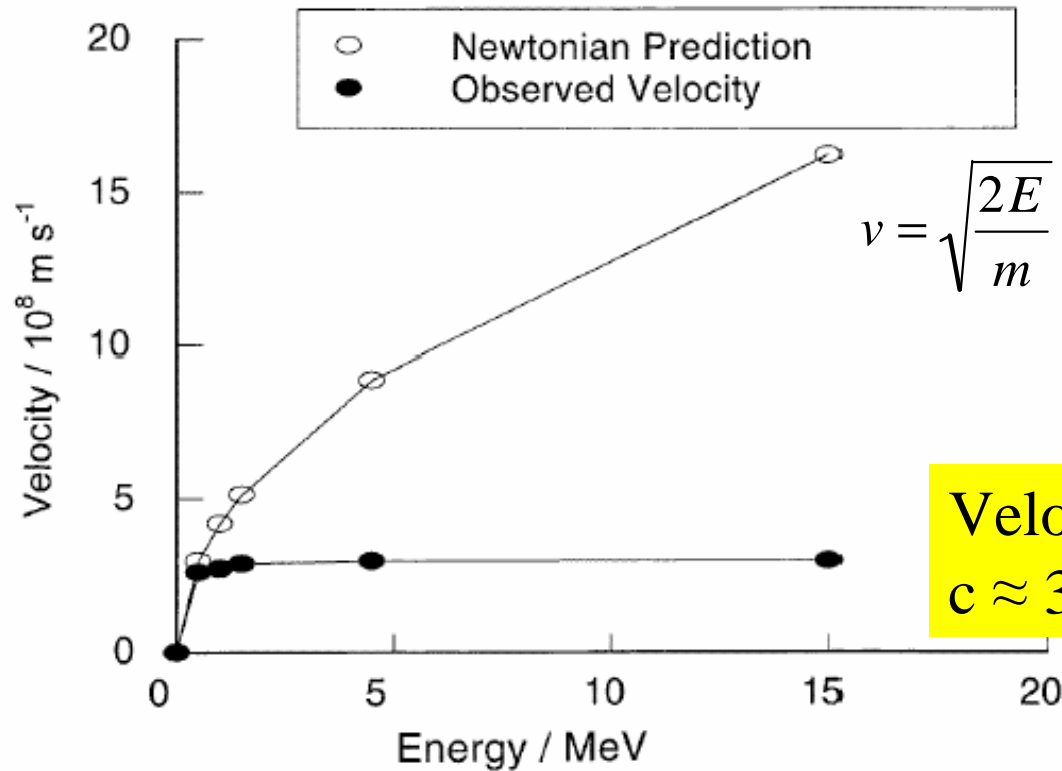
Il cannone elettronico



$$\text{Velocità} = \text{distanza} / \text{tempo}$$



Observed and Predicted Velocities

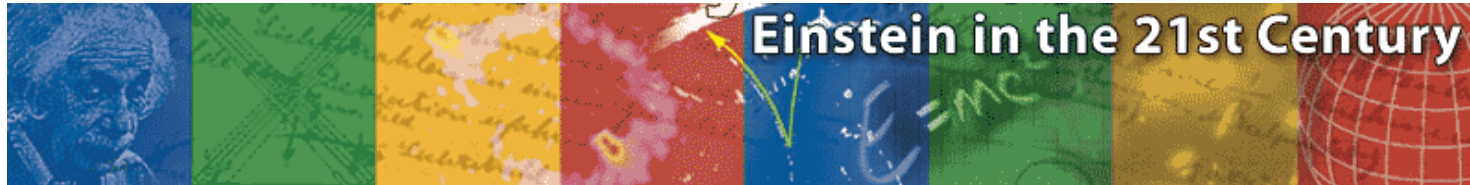


$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

Vale solo per piccole v

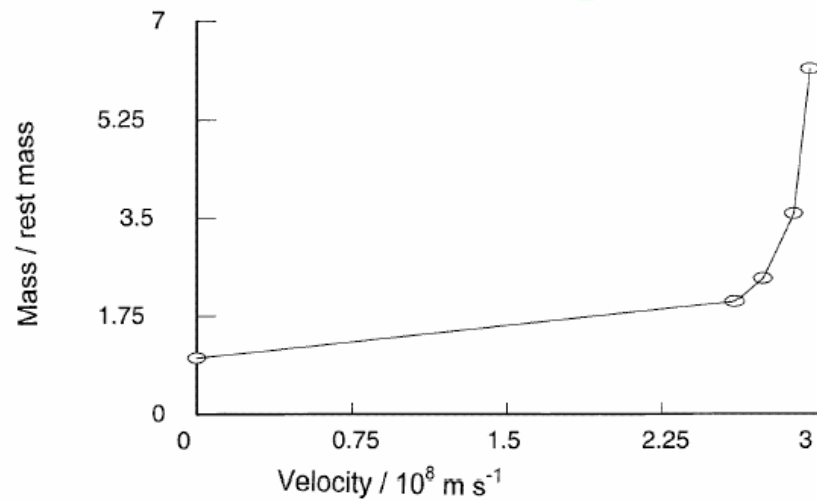
Velocità limite = c !!
 $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Ma allora è tutta fatica sprecata?
No, quello che conta è la ...



Quantità di moto

$$P = m v$$



La massa aumenta con la velocità!



Padova 9 Novembre 2004

Massimo Pietroni



Un esperimento mentale:

La scatola di Einstein

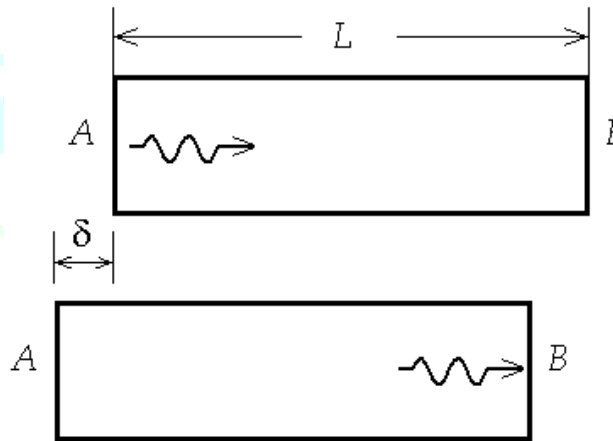
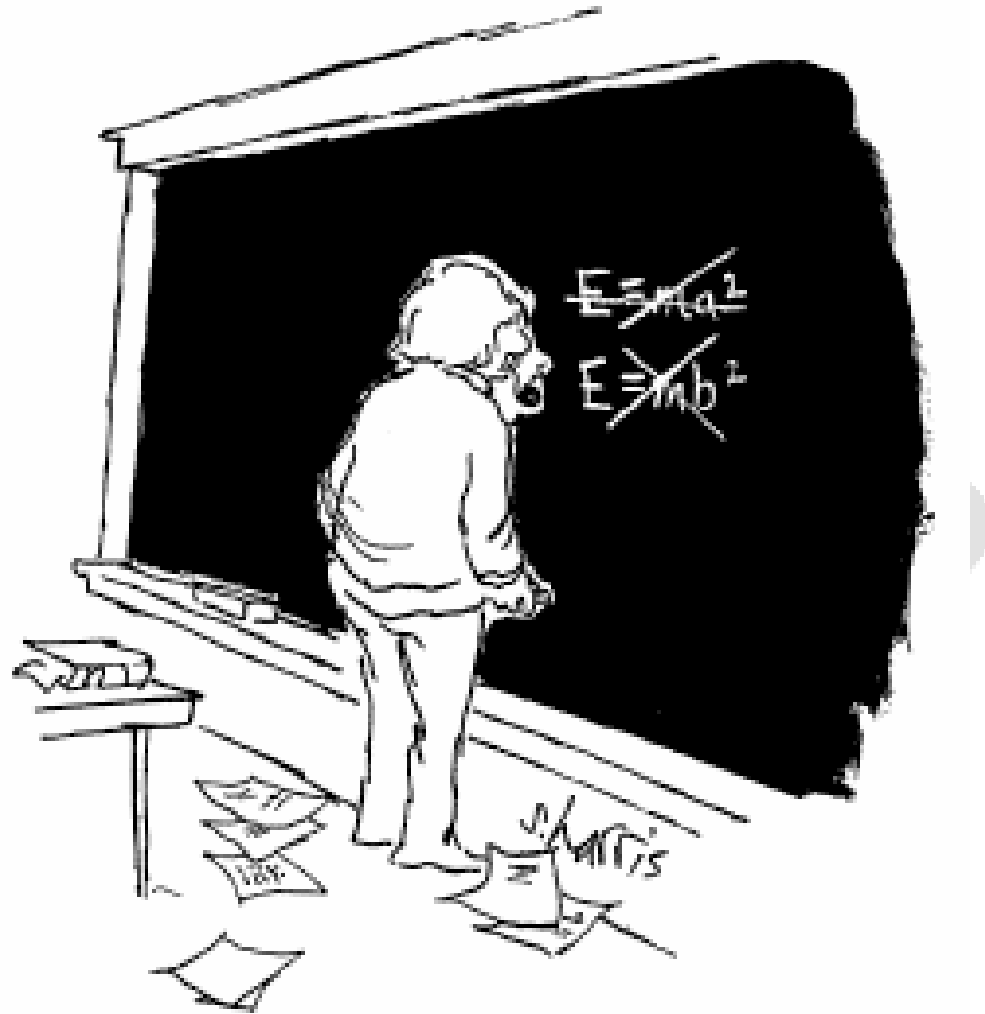
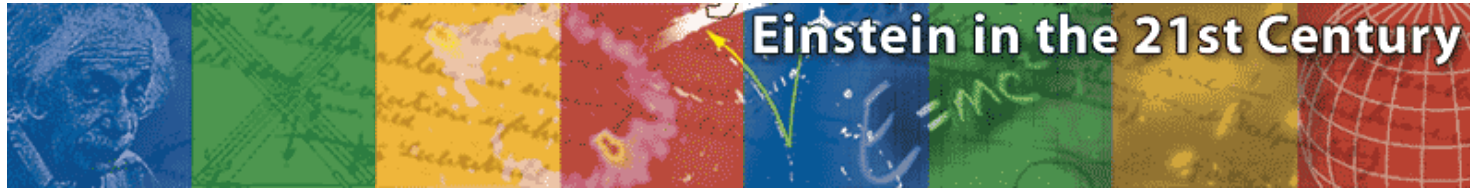


Fig. 1

Luce: $p = E/c$
Massa?

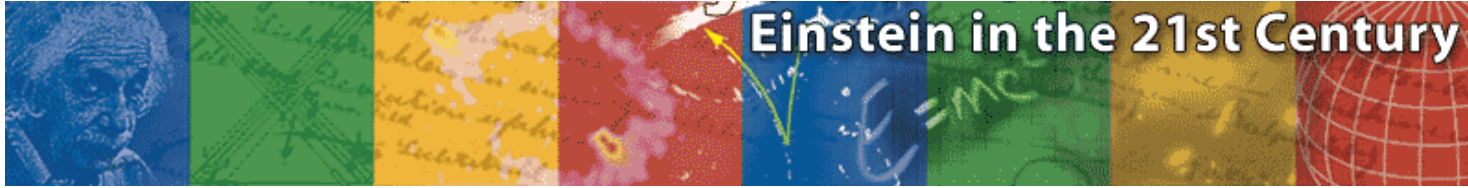
Il baricentro rimane fermo: $m \delta + M L = 0$

$$m = E / c^2, \quad E = m c^2$$



Padova 9 Novembre 2004

Massimo Pietroni



Equivalenze tra massa ed energia



$$\Delta M = 4M_p - M_{\text{he}} - 2M_e - 2M_\nu = 4.7227 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

$$E = \Delta M c^2 \quad \text{il sole perde 4.5 milioni tonnellate/ sec}$$

QuickTime™ and a
TIFF (LZW) decompressor
are needed to see this picture.



Consumo di una città da un milione
di abitanti: 1 g/ giorno

Padova 9 Novembre 2004

Massimo Pietroni



- 1) Esiste una velocità limite = velocità della luce = c
- 2) La massa aumenta con la velocità
- 3) Energia e massa sono la stessa cosa



Un esperimento di relatività:

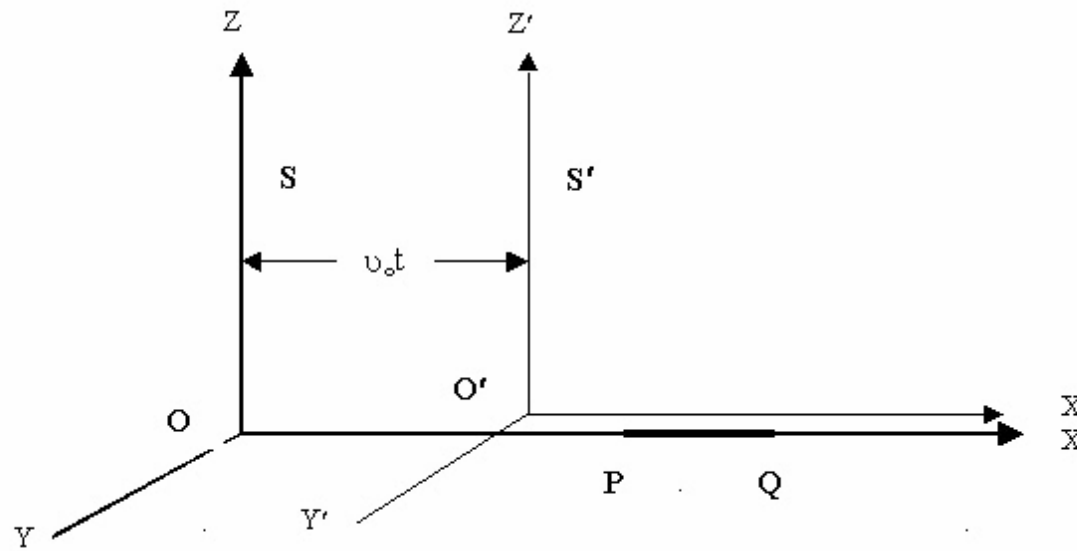
“Rinserratevi con qualche amico nella maggior stanza che sia **sotto coverta di un gran navilio**, e quivi fate d’aver **mosche, farfalle e simili animaletti volanti**; siavi anco un gran vaso d’acqua, e dentrovi de’ **pescetti**; suspendasi anco in alto qualche **secchiello**, che a goccia a goccia vadia versando dell’acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto in basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come **quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza**; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all’amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazi passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benchè niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, **fate muover la nave con quanta si voglia velocità**; che (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né **da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina o pure stia ferma**”

Galileo Galilei, 1632

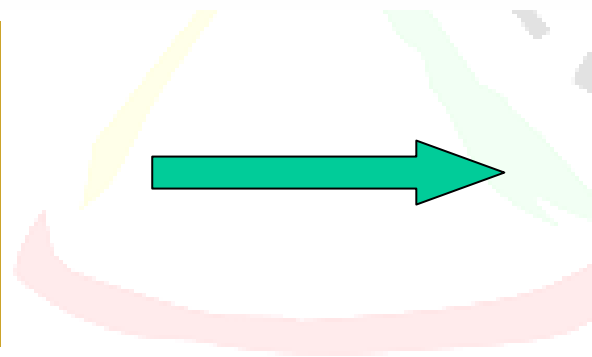
La velocità assoluta non esiste!



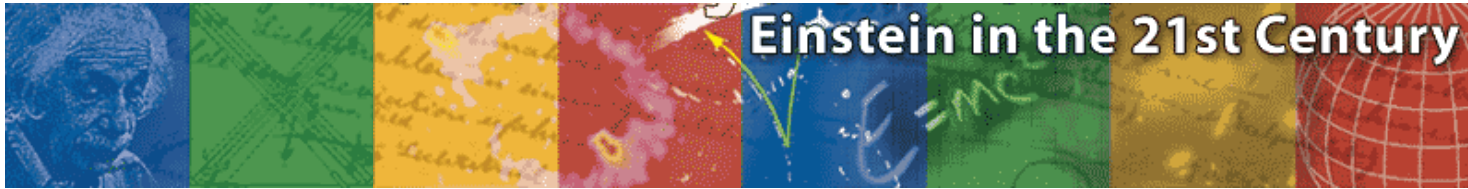
Trasformazioni di Galileo



$$\begin{aligned}x' &= x - v_0 t \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}V_x' &= V_x - v_0 \\V_y' &= V_y \\V_z' &= V_z\end{aligned}$$



Relatività + Trasformazioni di Galileo

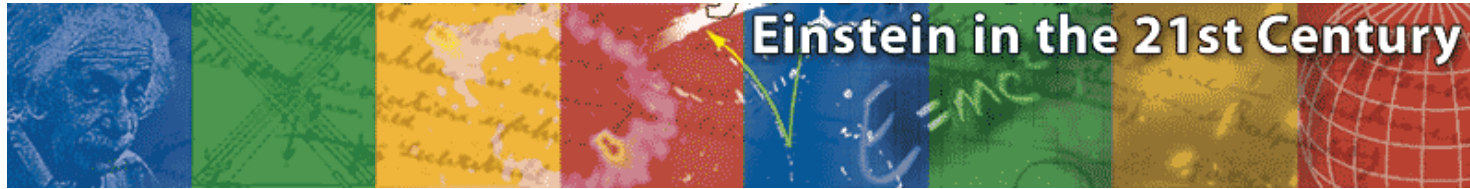
OK per Newton e per tutta la meccanica classica:

$$F = M a = M a' = F'$$

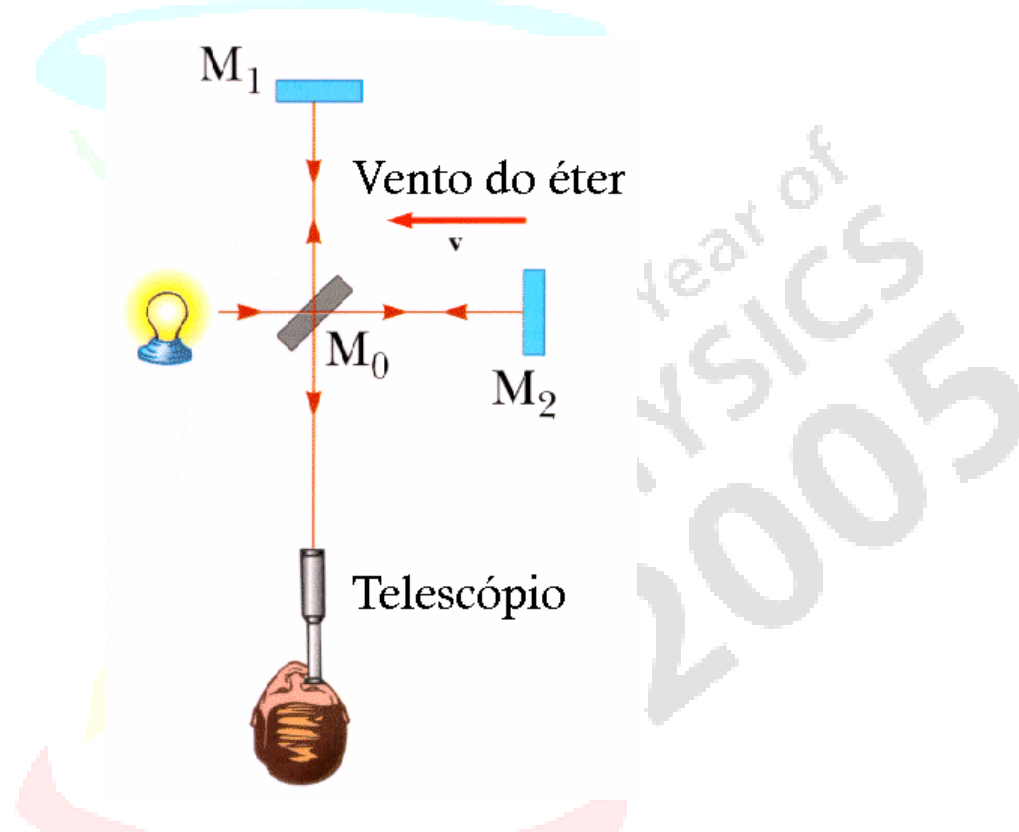
Entrano in crisi con l'elettromagnetismo
(J.C. Maxwell, 1868):

$$V_{em} = c$$

IN CHE SISTEMA DI RIFERIMENTO?!?



ETERE LUMINIFERO ?



Michelson - Morley (1887): non c'è nessun `vento do eter' !

Padova 9 Novembre 2004

Massimo Pietroni



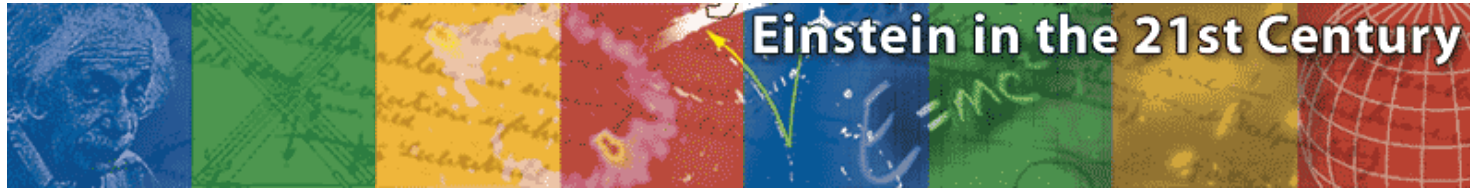
... e Lorentz, Poincaré...



Due postulati:

- 1) Principio di relatività vale non solo per la meccanica, ma anche per l'elettrodinamica;
- 2) La velocità della luce nel vuoto, c , non dipende dal moto della sorgente

... le trasformazioni di Galileo vanno riviste ... conseguenze `paradossali`



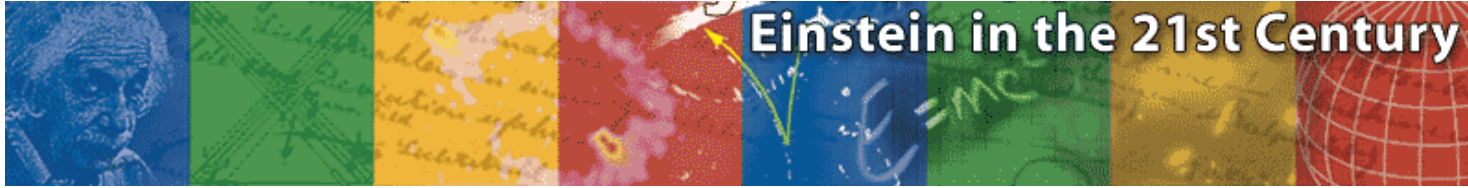
Un orologio a luce:

QuickTime™ and a
Animation decompressor
are needed to see this picture.

World Year of
PHYSICS
2005

Padova 9 Novembre 2004

Massimo Pietroni



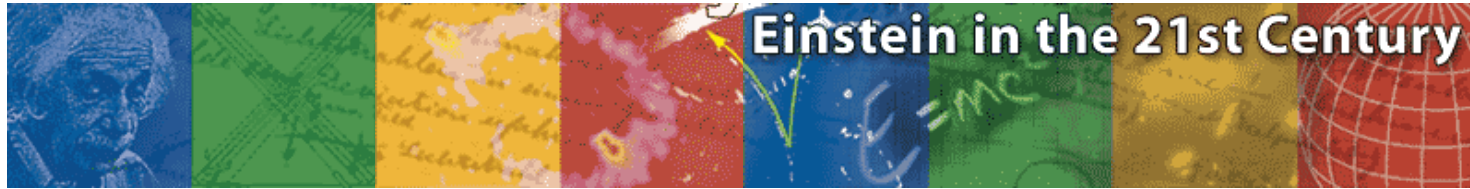
Dilatazione dei tempi

$$c t = (v^2 t^2 + L^2)^{1/2}$$

$$c t_0 = L$$

QuickTime™ and a
Animation decompressor
are needed to see this picture.

$$t = t_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad \text{L'orologio in moto va più lentamente}$$



Dilatazione dei tempi: il caso dei muoni atmosferici

- Muoni prodotti nell'alta atmosfera ($h \sim 10$ Km)
- decadono con vita media $\tau_0 = 2.2 \cdot 10^{-6}$ sec
- $c \tau_0 = 660$ m \ll h
- ma $c \tau = c \tau_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ può essere \gg h!

I muoni raggiungono il mare grazie alla dilatazione relativistica dei tempi!



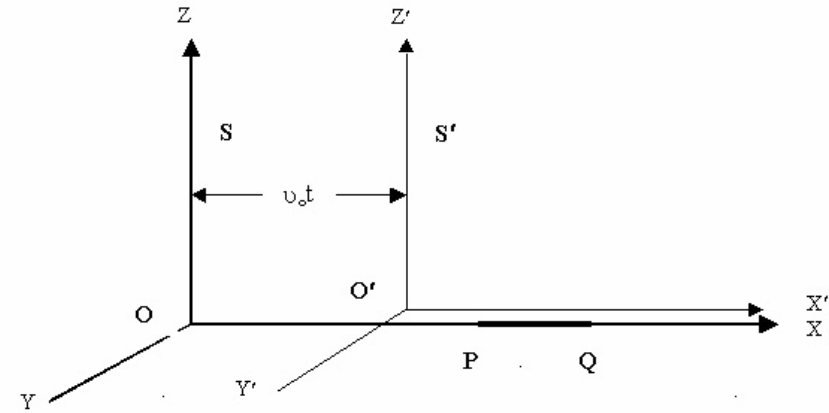
Le trasformazioni di Lorentz

$$x' = \gamma (x - v t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

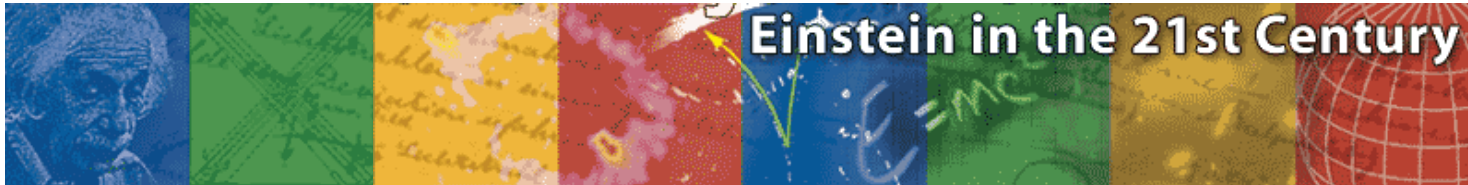
$$t' = \gamma (t - x v/c^2)$$



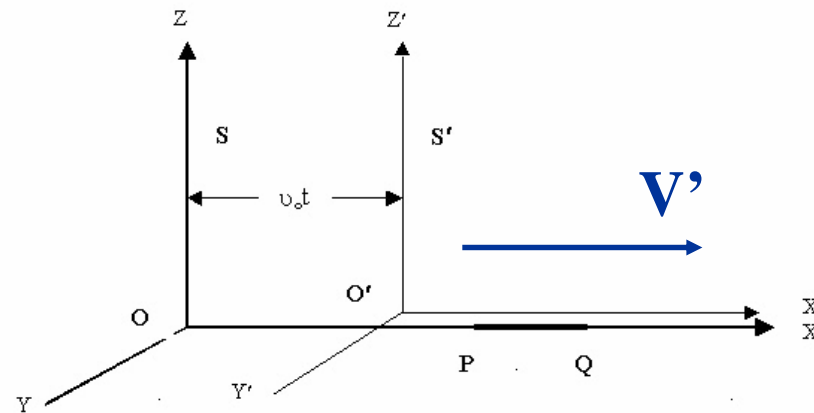
$$\gamma = 1/(1-v^2/c^2)^{1/2}$$

NB: 1) il tempo entra in gioco!

2) se $v \ll c$, $\gamma \sim 1$: Lorentz \sim Galileo



Come si sommano le velocità

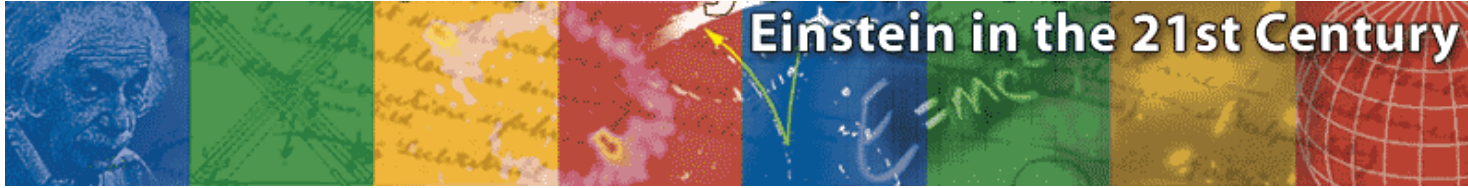


$$V = (V' + v_0) / (1 + V' v_0 / c^2)$$

NB: 1) Se $V', v_0 \ll c$, $V \sim V' + v_0$ (come Galileo)

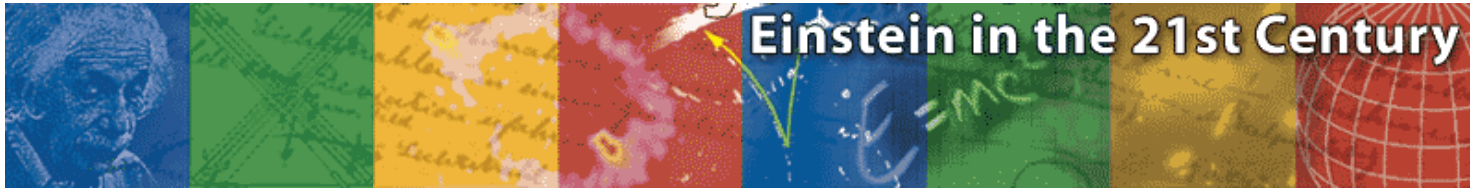
2) c è la velocità limite! Es: se $V' = v_0 = c/3$, $V = c/2$

3) c è la stessa in ogni riferimento: se $V' = c$, anche $V = c$!



Padova 9 Novembre 2004

Massimo Pietroni



Padova 9 Novembre 2004

Massimo Pietroni



Einstein in the 21st Century

Energia e quantità di moto

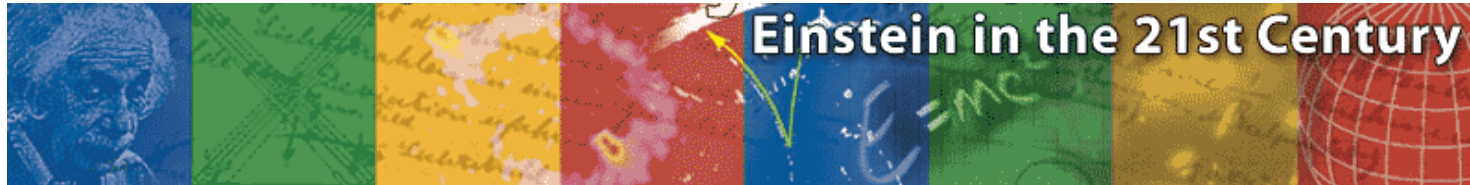


Newton: si conservano

$$M = m_1^0 + m_2^0 + K \quad \leftarrow \text{Massa}$$

$$\dot{P} = m_1^0 v_1 + m_2^0 v_2 + K \quad \leftarrow \text{q. di moto}$$

$$T = \frac{1}{2} m_1^0 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2^0 v_2^2 + K \quad \leftarrow \text{Energia cinetica}$$



Einstein: si conservano

$$\vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \mathbf{K}$$

$$E = m_1 c^2 + m_2 c^2 + K$$

dove $m_1 = \gamma m_1^0 = \frac{m_1^0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \mathbf{K}$

m^0 è la “massa a riposo” della particella



Einstein in the 21st Century

Relazione energia-impulso



Le quantità importanti sono

$$E = m_0 \gamma c^2 = c \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m_0^2 c^2}$$

e

$$\mathbf{p} = m_0 \gamma \mathbf{v}$$

Legate tra loro da

$$|\mathbf{p}| = E \frac{v}{c^2}$$

Casi particolari:

- 1) $v \ll c$: $E \sim m_0 c^2 + 1/2 m_0 v^2 + \dots$ Limite non relativistico
- 2) $m_0 = 0$: $v = c$ le particelle a massa zero viaggiano a velocità c !

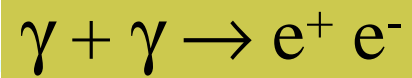


Einstein in the 21st Century

Creazione di massa



$$m_\gamma = 0$$



$$m_e = 0.5 \text{ MeV}/c^2$$

(a riposo)

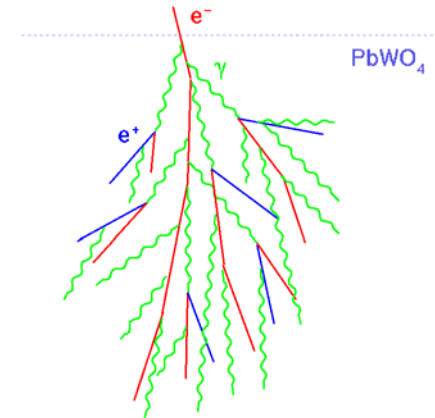
Nel centro di massa:

$$\vec{P} = 0 = \vec{p}_\gamma^1 + \vec{p}_\gamma^2 = \vec{p}_{e^+} + \vec{p}_{e^-}$$

$$E_\gamma^1 = E_\gamma^2 \quad E_{e^+} = E_{e^-}$$

$$E_\gamma = E_e = c \sqrt{|\vec{p}_e|^2 + m_e^2 c^2} \geq m_e c^2$$

Il processo può avvenire
se l'energia dei fotoni è $> m_e c^2$





Einstein in the 21st Century

Decadimento di una particella



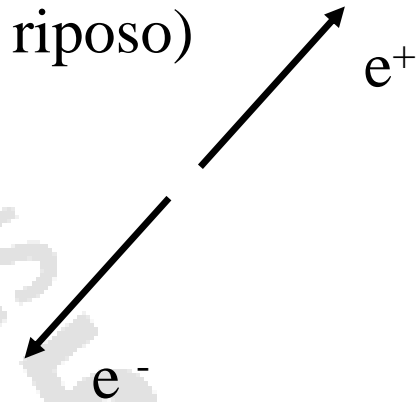
$$Z^0 \rightarrow e^+ e^-$$

$$M_Z = 91 \text{ GeV}/c^2$$

(a riposo)

(nel riferimento della Z^0):

$$\vec{P}_Z = 0 = \vec{p}_{e^+} + \vec{p}_{e^-}$$

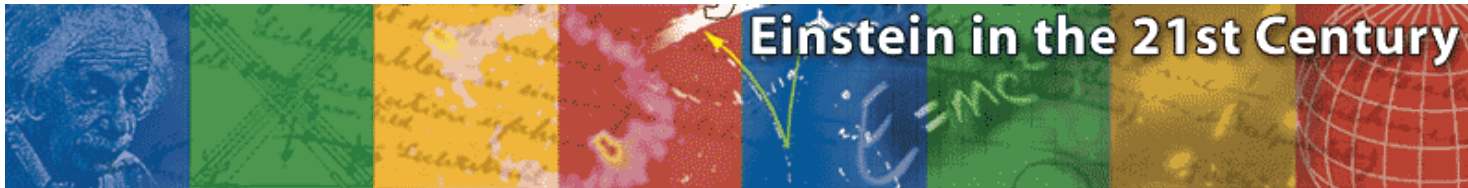


$$E_Z = M_Z c^2 = \sqrt{|\vec{p}_{e^+}|^2 c^2 + m_e^2 c^4} + \sqrt{|\vec{p}_{e^-}|^2 c^2 + m_e^2 c^4} = 2\sqrt{|\vec{p}_e|^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

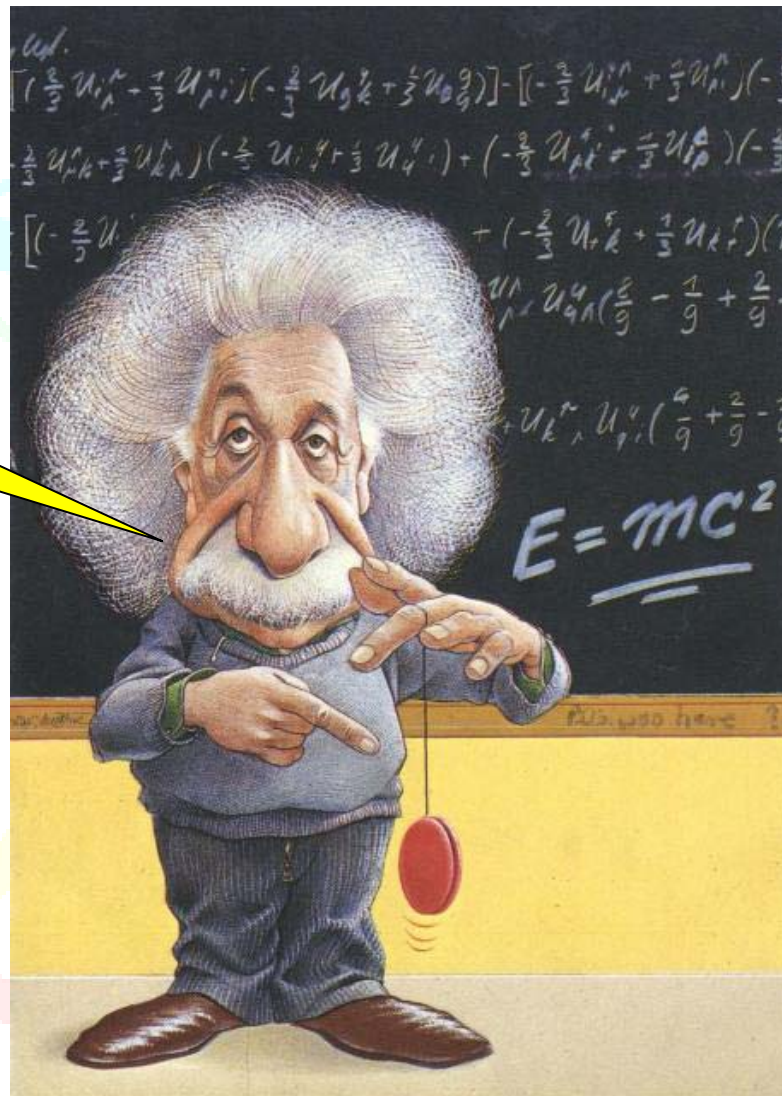
I due elettroni vengono

Emessi in direzioni opposte
con q. di moto:

$$|\vec{p}_e| = \frac{c}{2} \sqrt{M_Z^2 - 4m_e^2} \approx \frac{M_Z}{2} c \approx 45.5 \text{ GeV}/c$$



Adesso tocca
a voi!
Buon divertimento



Padova 9 Novembre 2004

Massimo Pietroni